

Estimare pentru control – Laborator 8

Estimarea unei intrări necunoscute

Logistică

- Această temă trebuie realizată de un grup de maxim 2 studenți.
- Soluția temei reprezintă codul Matlab și modelul Simulink. Acest cod va fi verificat și rulat de către profesor în timpul laboratoarelor, iar prezența la laborator va fi acordată doar dacă este prezentată o soluție originală care merge. Sunt necesare toate prezențele la laboratoare pentru a intra în examen. De asemenea, maxim 2 laboratoare pot fi recuperate la finalul semestrului, ceea ce înseamnă că 3 sau mai multe absențe pe parcursul semestrului duc la inabilitatea de a intra în examenul final.
- Schimbul de idei între studenți este încurajat. Totuși, distribuirea și împrumutarea unor bucăți de cod este interzisă, iar orice încălcare a acestei reguli va duce la descalificarea soluției.

Descrierea temei

Premisă:

Un model liniar în timp continuu sau discret în spațiului stărilor, cu vectorul de stare $x = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$, vectorul de intrare $u = [u_1, u_2, \dots, u_m]^T$, și vectorul de ieșire $y = [y_1, y_2, \dots, y_p]^T$ unde $n \geq 3$ este numărul variabilelor de stare, $m \geq 1$ este numărul intrărilor, $p \geq 1$ este numărul ieșirilor, și dinamica are următoarea formă:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx,\end{aligned}\tag{1}$$

în timp continuu sau

$$\begin{aligned}x(k+1) &= A_d x(k) + B_d u(k) \\ y(k) &= C x(k),\end{aligned}\tag{2}$$

unde A și B sunt matricile sistemului iar C este matricea de ieșire.

Estimarea unei intrări necunoscute

În unele cazuri se poate întâmpla ca sistemul să fie afectat de perturbații la intrare care nu pot fi direct măsurate, de exemplu, în cazul în care avem sistemul unui pendul pe care vrem să îl stabilizăm în jurul unui punct de echilibru. Controlul merge bine, dar experimentul este într-un loc cu vânt iar modelul este perturbat de un vânt constant. Dacă avem informații despre efectul perturbației, de exemplu, ce stări sunt afectate, acestea pot fi incluse în model. Următorul model liniar continuu în timp poate fi considerat în aceste cazuri, acesta incluzând și vectorul de perturbații:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= Ax + Bu + Ed \\ y &= Cx,\end{aligned}\tag{3}$$

unde $d \in \mathbb{R}^{n_d}$ este vectorul de perturbații iar E este matricea de distribuție a perturbațiilor. Se presupune că d este constant sau constant pe porțiuni, astfel derivata este 0: $\dot{d} = 0$.

Atenție, notația 0 definește o matrice de dimensiuni corespunzătoare.

Se notează vectorul de stări extins cu $x_e := \begin{bmatrix} x \\ d \end{bmatrix}$, iar dinamica lui x_e este:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{d} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & E \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ d \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} u. \quad (4)$$

Obiectivul aici este de a estima perturbația, astfel încât să fie folosită mai târziu în proiectarea controlului pentru a compensa efectele. Se notează:

$$A_e := \begin{bmatrix} A & E \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B_e := \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix}, \quad C_e := [C \quad 0] \quad (5)$$

astfel, modelul extins este de forma:

$$\begin{aligned} \dot{x}_e &= A_e x_e + B_e u \\ y &= C_e x_e. \end{aligned} \quad (6)$$

Avem modelul extins al dinamicii pentru care putem proiecta un observator liniar. Rețineți că, pentru a proiecta un observator liniar, mai întâi trebuie verificat dacă perechea (A_e, C_e) este observabilă. Restul proiectării observatorului este la fel ca în cazul proiectării observatorului standard Luenberger, dar pentru ecuația (6). Observatorul este de forma:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}_e &= A_e \hat{x}_e + B_e u + L(y - \hat{y}) \\ \hat{y} &= C_e \hat{x}_e, \end{aligned} \quad (7)$$

unde $\hat{x}_e$ este vectorul de stări estimat, iar $\hat{y}$ este ieșirea estimată.

Exemplul 1

Se consideră următorul model liniar:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 + 5d \\ \dot{x}_2 &= -2x_1 - 3x_2 + 4u, \end{aligned} \quad (8)$$

$$y = x_1$$

acesta poate fi scris sub următoarea formă (3):

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} &= \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix}}_A \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 4 \end{bmatrix}}_B u + \underbrace{\begin{bmatrix} 5 \\ 0 \end{bmatrix}}_E d \\ y &= \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}}_C. \end{aligned} \quad (9)$$

Din moment ce se presupune că perturbația este constantă pe părți ($\dot{d} = 0$), vectorul extins de stări și matricile extinse sunt următoarele:

$$x_e = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ d \end{bmatrix}, \quad A_e = \begin{bmatrix} A & E \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 5 \\ -2 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B_e = \begin{bmatrix} 0 \\ 4 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad C_e = [1 \quad 0 \quad 0]. \quad (10)$$

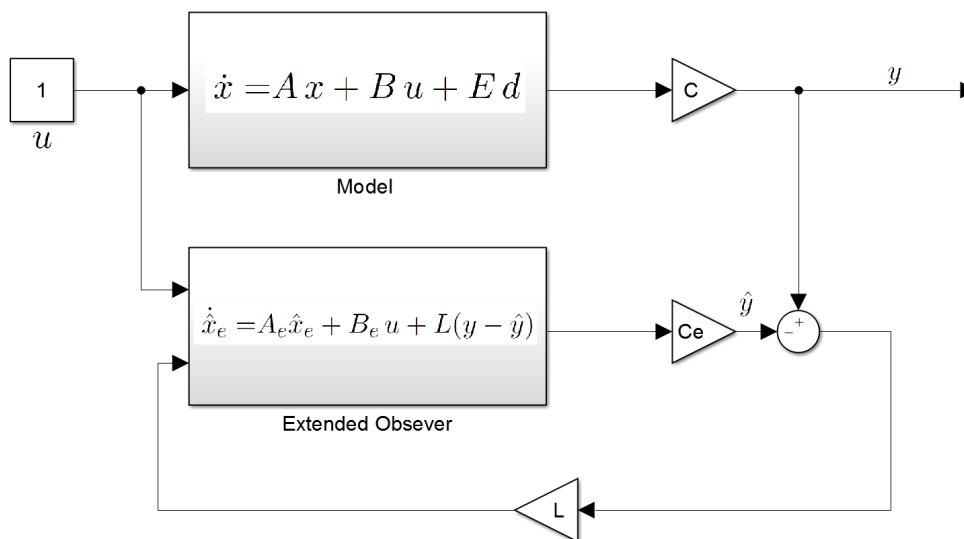


Figura 1: Diagrama de conexiuni

În Fig. 1 se poate observa reprezentarea schematică a modelului și a conexiunii observatorului.

Proiectarea observatorului în timp discret urmărește aceeași procedură precum cea în timp continuu. Doar că trebuie mai multă atenție deoarece o perturbație constantă în timp discret înseamnă $d(k+1) = d(k)!$.

Cerințe:

- Proiectați un estimator liniar în timp continuu sau discret pentru o intrare necunoscută
- Testați observatorul obținut cu o constantă liniară pe bucăți d

Hint: Funcții matlab folosite `obsv`, `place`.