

Estimare pentru control – Tema practică 4

Model liniar discret, control și estimare

Logistică

- Această temă trebuie realizată de un grup de maxim 2 studenți.
- Soluția temei reprezintă codul Matlab și modelul Simulink. Acest cod va fi verificat și rulat de către profesor în timpul laboratoarelor, iar prezența la laborator va fi acordată doar dacă este prezentată o soluție originală care merge. Sunt necesare toate prezențele la laboratoare pentru a intra în examen. De asemenea, maxim 2 laboratoare pot fi recuperate la finalul semestrului, ceea ce înseamnă că 3 sau mai multe absențe pe parcursul semestrului duc la inabilitatea de a intra în examenul final.
- Schimbul de idei între studenți este încurajat. Totuși, distribuirea și împrumutarea unor bucăți de cod este interzisă, iar orice încălcare a acestei reguli va duce la descalificarea soluției.

Premisă:

- Un model neliniar, cu vectorul de stare $x = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$, vectorul de intrare $u = [u_1, u_2, \dots, u_m]^T$, și vectorul de ieșire $y = [y_1, y_2, \dots, y_p]^T$ unde $n \geq 3$ este numărul variabilelor de stare, $m \geq 1$ este numărul de intrări, $p \geq 1$ este numărul de ieșiri, și dinamica are următoarea formă:

$$\dot{x} = f(x, u)$$

$$y = h(x, u)$$

- Un model liniar în forma matriceală în spațiul stărilor, obținut prin liniarizare în jurul unui punct de echilibru.
- O lege de reglare prin reacție după stare, proiectat pentru sistemul liniar, care aduce sistemul liniar în 0 dintr-o condiție inițială nenulă.
- Un estimator proiectat pentru modelul liniar
- Implementare în Simulink.

Descrierea temei

În multe aplicații reale un controler digital este folosit, ceea ce necesită o analiză în timp discret. Pentru acest motiv, astăzi vom discretiza modelul obținut în timp continuu.

Sunt multe moduri pentru a obține un model discret dintre care vom folosi discretizarea Euler. Ideea de bază vine din aproximarea derivatei în modul următor:

$$\dot{x} \simeq \frac{x(k+1) - x(k)}{T_s}. \quad (1)$$

Înseamnă că derivata poate fi aproximată cu diferența dintre valoarea stărilor din momentul $k+1$ și k , împărțit cu perioada de eșantionare, T_s . Dacă perioada de eșantionare este suficient de mică, atunci se va obține o aproximare bună. Să vedem ce se întâmplă cu modelul liniar dacă folosim această aproximație:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \Rightarrow \frac{x(k+1) - x(k)}{T_s} = Ax(k) + Bu(k). \quad (2)$$

Practic modelul în timp continuu este transformat într-un model în timp discret. În ceea ce urmează exprimăm $x(k+1)$:

$$x(k+1) - x(k) = T_s Ax(k) + T_s Bu(k) \Rightarrow x(k+1) = (I + T_s A)x(k) + T_s Bu(k). \quad (3)$$

Se definesc matricile sistemului în timp discret după cum urmează $A_d = I + T_s A$, și $B_d = T_s B$; Se obține următorul model:

$$x(k+1) = A_d x(k) + B_d u(k) \quad (4)$$

De notat că matricea de ieșire C nu se schimbă, doar măsurătorile sunt făcute în timp discret, deci ecuația de ieșire rămâne:

$$y(k) = C_d x(k) \quad (5)$$

Țineți minte că, un sistem liniar în timp discret este stabil dacă valorile proprii ale sistemului sunt în interiorul cercului unitar.

Cerințe:

- Găsiți modelul cu timp discret pentru modelul liniar și neliniar.
- Implementați atât modelul liniar cât și modelul neliniar în Matlab, nu în Simulink.
- Calculați un control prin reacție după stare $u(k) = -Kx(k)$ care să stabilizeze sistemul și adăugați-l la modelul liniar.
- Calculați un estimator astfel încât dinamica erorii să convergă la 0, de forma

$$\begin{aligned} \hat{x}(k+1) &= A_d \hat{x}(k) + B_d u(k) + L(y(k) - \hat{y}(k)) \\ \hat{y}(k) &= C \hat{x}(k) \end{aligned}$$

și adăugați-l și pe acesta la modelul liniar.

- Modificați intrarea de control ca fiind $u(k) = -K\hat{x}(k)$.