

Robotkarok Takagi-Sugeno fuzzy modellezése és szabályzása

Takagi Sugeno fuzzy modelling and control of a robot arm

NAGY Zoltán¹, LENDEK Zsófia²

Műszaki Egyetem, Automatika és számítógép mérnöki kar, Kolozsvár

¹automatika szakos hallgató, nagy_ze@yahoo.com, +40752538983

²egyetemi docens, Zsofia.Lendek@aut.utcluj.ro

ABSTRACT

The first step to control a robot arm is to define the mathematical model, which describes the motion of the arm depending on the input. In this paper we model and control an existing robot arm. The model incorporates all the physical elements, like gravity and friction. Based on this model, we develop a Takagi-Sugeno fuzzy controller. In the following we will present the steps for obtaining the model, and the results provided by the controller.

ÖSSZEFOGLALÓ

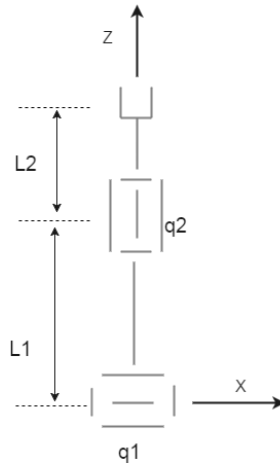
Az első lépés ahhoz, hogy egy robotkart megfelelően tudjunk irányítani az, hogy meghatározzuk a matematikai modelljét. Ebben a dolgozatban egy fizikailag létező robotkar alapján készítettük el a matematikai modellünket, mely figyelembe veszi a fizikai tényezőket, mint például a gravitációt és a súrlódást is. A modell alapján egy TS fuzzy szabályzót készítettünk. Dolgozatunkban a modellezés nehézségeit, illetve az általunk tervezett szabályzó működését fogjuk bemutatni.

Kulcsszavak: robotkar, matematikai modell, nem-lineáris, Takagi-Sugeno fuzzy szabályzó

1. BEVEZETŐ

Egy robotkar pontos vezérléséhez, megfelelő irányításához egy matematikai modell szükséges, mely megfelelően leírja ennek működését. Ezen modell alapján tervezhető a vezérlő, mely irányítani fogja az adott robotkart. Jelenleg az ilyen vezérlők nagy többsége lineáris megközelítést használ, mely csak egy bizonyos tartományban biztosít elfogadható eredményeket. Dolgozatunk alapjául azért választottuk a Takagi-Sugeno (TS) modellt, mert ez egy nem-lineáris vezérlőt biztosít, így nem csak bizonyos pontok szomszédságában garantálhatóak az adott kritériumok, hanem az egész értelmezési tartományban.

Ebben a cikkben a *Robai Cyton Gamma 1500*-típusú robotkARBól modelleztünk 2 csuklót és a hozzájuk tartozó szegmenseket, amint az 1.-es ábrán látható. A tömegeket, hosszúságokat és más paramétereket a fent említett robotkar alapján határoztuk meg. Majd elkészítettük a 2 csuklós robotkar TS fuzzy modelljét, melynek segítségével egy nem-lineáris fuzzy szabályzót terveztünk. Dolgozatunkban először a nem-lineáris matematikai modellt határozzuk meg, majd átalakítjuk ezt TS fuzzy modell formájába. Ezután a TS fuzzy szabályzót írjuk le melyet a modell alapján kaptunk, és az ezzel kapcsolatos eredményeket tárgyaljuk. Az utolsó részben a további fejlesztési lehetőségeket mutatjuk be.



Ábra 1 – Vázlatos bemutatása a 2 csuklópontos robotkarnak

2. MATEMATIKAI MODELL

Mivel a cél a robotkar vezérlése, a rendszer dinamikus modelljét használjuk, vagyis azt tanulmányozzuk, hogy a nyomaték változása hogyan hat a szögekre illetve szögsebességekre. A dinamikus modell általános esetben a következőképpen írható fel [1]:

$$Q_m = M(q) \cdot \ddot{q} + B(q, \dot{q}) \cdot \dot{q} + C(q) \cdot \dot{q}^2 + G(q) \quad (1)$$

ahol, $Q_m = \tau = [\tau_1 \quad \tau_2]^T$ a nyomaték vektor, q a szög vektor, $q = [q_1 \quad q_2]^T$, \dot{q} a szögsebességek vektora, $\dot{q} = [\dot{q}_1 \quad \dot{q}_2]^T$, és \ddot{q} a szöggyorsulási vektor, $\ddot{q} = [\ddot{q}_1 \quad \ddot{q}_2]^T$. A robotkarunk esetében a fizikai rendszerünk alapján a következő paramétereket határoztuk meg, melyek szükségesek a dinamikus modell megtalálásához:

Táblázat 1

Jelölés	Mértékegység	Érték	Leírás
L_1	[m]	0.04	Távolság az első és a második csukló között
L_2	[m]	0.1392	Távolság a második a kar végpontja között
M_1	[kg]	0.01	Az első csukló és a hozzátartozó szegmens tömege
M_2	[kg]	0.21448	A második csukló és a hozzátartozó szegmens tömege
g	[m/s ²]	9.81	Gravitációs gyorsulás
I_{1x}	[kgm ²]	0.472e-5	Az első csukló tehetetlenségi nyomatéka az x tengelyre
I_{1y}	[kgm ²]	0.3675e-2	Az első csukló tehetetlenségi nyomatéka az y tengelyre
I_{1z}	[kgm ²]	0.1932e-5	Az első csukló tehetetlenségi nyomatéka a z tengelyre
I_{2x}	[kgm ²]	0.280771e-2	A második csukló tehetetlenségi nyomatéka az x tengelyre
I_{2y}	[kgm ²]	0.27054e-2	A második csukló tehetetlenségi nyomatéka az y tengelyre
I_{2z}	[kgm ²]	0.64961e-2	A második csukló tehetetlenségi nyomatéka a z tengelyre
b_1	-	0.094	Súrlódási együttható az első csuklóra
b_2	-	0.097	Súrlódási együttható a második csuklóra

A paraméterek leírása és értékei az 1. Táblázatban található. Jelen esetben az 1. ábra szerint a következő mátrixokat kapjuk a 2 csuklós rendszerre:

$$M = \begin{pmatrix} I_{1y} + I_{2y} + \frac{9}{4} \cdot (L_1 + L_2)^2 \cdot M_2 + (I_{2x} + I_{2y}) \cdot \sin(q_2)^2 & 0 \\ 0 & I_{2z} \end{pmatrix} \quad (2)$$

$$B = \begin{pmatrix} \dot{q}_2 \cdot \sin(2 \cdot q_2) \cdot (I_{2x} - I_{2y}) & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (3)$$

$$C = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -\frac{1}{2} \sin(2 \cdot q_2) \cdot (I_{2x} - I_{2y}) & 0 \end{pmatrix} \quad (4)$$

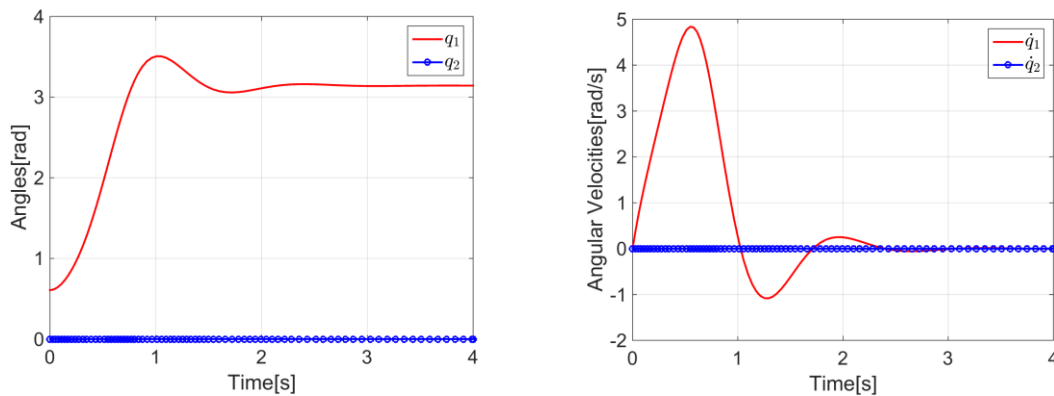
$$G = \begin{pmatrix} -\frac{3}{2} \cdot M_2 \cdot g \cdot \sin(q_1) \cdot (L_1 + L_2) \\ 0 \end{pmatrix} \quad (5)$$

A gravitációs mátrix (7) a gravitáció hatását írja le a robotkarra. Mivel a második csukló a z tengelyen helyezkedik el, erre nincs hatással a gravitáció, ezért jelenik meg 0 a gravitációs mátrix második helyén. Ugyanakkor ennek köszönhetően rendszerünknek két egyensúly pontja van, az egyik a zérós pozíció, ami egy instabil egyensúlypont, mely az 1. ábrán is látható, illetve ennek a fordítottja, amikor a robotkar lefele mutat, vagyis az első csukló szöge π vagy $-\pi$; ez egy stabil egyensúlypont. Jelen esetben a rendszer dinamikájában nem szerepel a súrlódás, úgyhogy az egyenlethez hozzátettünk egy egyszerű lineáris gördülő súrlódást [1], mely a következőképpen néz ki:

$$Q_f = \begin{pmatrix} b_1 & 0 \\ 0 & b_2 \end{pmatrix} \quad (8)$$

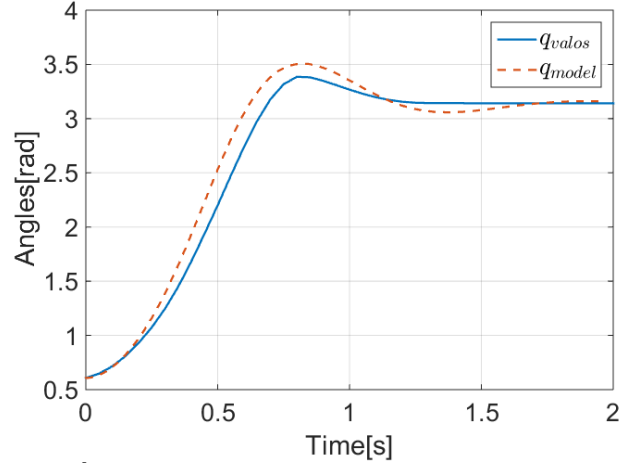
ahol b_1 és b_2 a két csukló súrlódási együtthatói. Az (1) egyenletet a következőképpen is felírható:

$$\ddot{q} = -M(q)^{-1} \cdot [B(q, \dot{q}) + Q_f] \cdot \dot{q} - M(q)^{-1} \cdot C(q) \cdot \dot{q}^2 - M(q)^{-1} \cdot G(q) + M(q)^{-1} \cdot Q_m \quad (9)$$



Ábra 2 – Szög és szögsebesség változása, $q = [0.6 \ 0]$, $\dot{q} = [0 \ 0]$, $\tau = [0 \ 0]$ kezdeti feltétel mellett

A következőkben a modell szimulációját mutatjuk be egy kezdeti feltétel mellett. Ebben az esetben a kezdeti szögek értékét úgy választjuk, hogy eltérőek legyenek az egyensúly pontoktól, és a bemenet zéró legyen. Az eredmények a 2. ábrán láthatók. Amint láthatjuk, a második csukló pozíciója nem változik, míg az első csukló rövid oszcillálás után megáll a második egyensúly pontban, π -ben, amint az várható volt. Összehasonlítva a valódi rendszerrel, mely ugyanazon kezdeti feltételből indul, hasonló eredményeket kapunk. A két rendszer közötti különbségek a 3. ábrán láthatók.



Ábra 3 Valós és modell szögek összehasonlítása

3. TAKAGI-SUGENO FUZZY SZABÁLYZÓ

Ahhoz, hogy egy nem lineáris rendszert ne csak egy adott linearizálási pont körül tudjunk irányítani, hanem az egész értelmezési tartományban, egy nem-lineáris vezérlő szükséges. Ebben a cikkben egy Takagi-Sugeno (TS) fuzzy szabályzót [2] használtunk. Részletes leírás TS fuzzy rendszerekről a [2]-ben található.

Tekintsük a következő nem-lineáris rendszert:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= A_{nonlin}x + B_{nonlin}u \\ y &= C_{nonlin}x\end{aligned}\quad (10)$$

ahol A_{nonlin} , B_{nonlin} és C_{nonlin} mátrixok értékei függnek az x állapotvektor értékeitől. (10) felírható a következő TS fuzzy rendszerként [2]:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= \sum_{i=1}^m \omega_i(x)(A_i x + B_i u) \\ y &= \sum_{i=1}^m \omega_i(x)C_i x\end{aligned}\quad (11)$$

ahol ω_i a fuzzy függvény, mely tartalmazza a nem-linearitásokat, A_i , B_i és C_i konstans mátrixok.

Ahhoz, hogy a robotkar rendszerünket TS fuzzy formába tudjuk hozni, először felírjuk egy elsőfokú differenciál egyenletrendszerként:

$$\begin{aligned}\dot{q} &= \dot{q} \\ \ddot{q} &= -(BC(q, \dot{q}) + Q_f)q + I_2 \tau\end{aligned}\quad (12)$$

ahol I_2 egy 2x2-es egység mátrix és $BC(q, \dot{q}) = B(q, \dot{q}) + C(q)\dot{q}$. Amint láthatjuk, a gravitációs mátrix hiányzik a (12)-es egyenletből. A nyomaték két részre osztható, $\tau = \tau_{grav} + \tau_{control}$, vagyis a szükséges nyomaték egy része a gravitáció legyőzésére használandó, míg a másik része a szabályzásra. Mivel pont akkora erő szükséges a gravitáció legyőzéséhez, mint amekkora megjelenik a modellben, ezért a (3)-as egyenlet alapján írhatjuk, hogy $\tau_{grav} = G(q)$.

Az állapotvektor $x = [q_1 \quad q_2 \quad \dot{q}_1 \quad \dot{q}_2]^T$, mely alapján (12)-es felírható a következőképpen:

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0_2 & I_2 \\ 0_2 & -M(x)^{-1}[BC(x) + Q_f] \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0_2 \\ M(x)^{-1} \end{bmatrix} \tau\quad (13)$$

ahol 0_2 2x2-es zérós mátrix. A (13)-as egyenlet formája megegyezik a (10)-es formájával, tehát át lehet alakítani TS fuzzy formába. Az A és B mátrixok:

$$A_{nonlin} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & A_{33} & 0 \\ 0 & 0 & A_{43} & -b_2 \end{bmatrix}, \quad B_{nonlin} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ B_{31} & 0 \\ 0 & 1/I_{2z} \end{bmatrix}$$

ahol:

$$A_{33} = -\frac{(4\dot{q}_2 \sin(2q_2)(I_{2x} - I_{2y}))}{4(I_{1y} + I_{2y}) + 9M_2(L_1^2 + L_2^2) + 4\sin(q_2)^2(I_{2x} - I_{2y}) + 18L_1L_2M_2} - b_1$$

$$A_{43} = \frac{\dot{q}_1 \sin(2q_2)(I_{2x} - I_{2y})}{2I_{2z}}$$

$$B_{31} = \frac{1}{I_{1y} + I_{2y} + \frac{9}{4} \cdot (L_1 + L_2)^2 \cdot M_2 + (I_{2x} + I_{2y}) \cdot \sin(q_2)^2}$$

Rendszerünk 3 nem-linearitást tartalmaz. Felhasználva a nem-linearitások szektoronkénti modelljét [2] illetve a (14) –ben leírt limitálásokat az állapot változókra, megkapjuk a TS fuzzy modellt, ahol a nem-lineáris részek értékei a (15)-ben leírt intervallumon mozognak:

$$q_1, q_2 \in \left[-\frac{3\pi}{4} \quad \frac{3\pi}{4} \right] \quad (14)$$

$$\dot{q}_1, \dot{q}_2 \in [-3 \quad 3]$$

$$A_{33} \in [-0.108 \quad -0.08]$$

$$A_{43} \in [-0.0236 \quad 0.0236] \quad (15)$$

$$B_{31} \in [45.4967 \quad 45.7094]$$

Mivel 3 nem-linearitásunk van a rendszerben, ezért 2^3 különböző szabályunk van, vagyis 8 különböző A és B mátrix együttes határozható meg, ahol a nem-linearitások helyére rendre bekerülnek ezek határai, így kapva meg a konstans mátrixokat. Ugyanakkor a fuzzy függvény ω_i tartalmazzák a nem-linearitásokat és meghatározzák az adott mátrix-együttes szerepét a rendszerben az állapotváltozók alapján.

Jelen esetben azt szeretnék elérni, hogy a robotkarunk egy egyensúlyponttól távol eső pontból indulva eljusson a zérós egyensúlypontba. Ennek eléréséhez egy PDC (Parallel Distributed Control) szabályzót [2] használunk, mely a következőképpen írható fel:

$$u = -\sum_{i=1}^{2^3} \omega_i(x) L_i x \quad (16)$$

Itt $L_i, i=1,2 \dots 8$, konstans mátrixok melyeket az A_i és B_i alapján, felhasználva a 1. Tételt számolhatunk ki

Tétel 1. [2] A (11) egyenlet által leírt rendszer aszimptotikusan stabil, hogyha léteznek, $P = P^T > 0$, H , $L_i, i = 1, 2, \dots, m$ úgy, hogy:

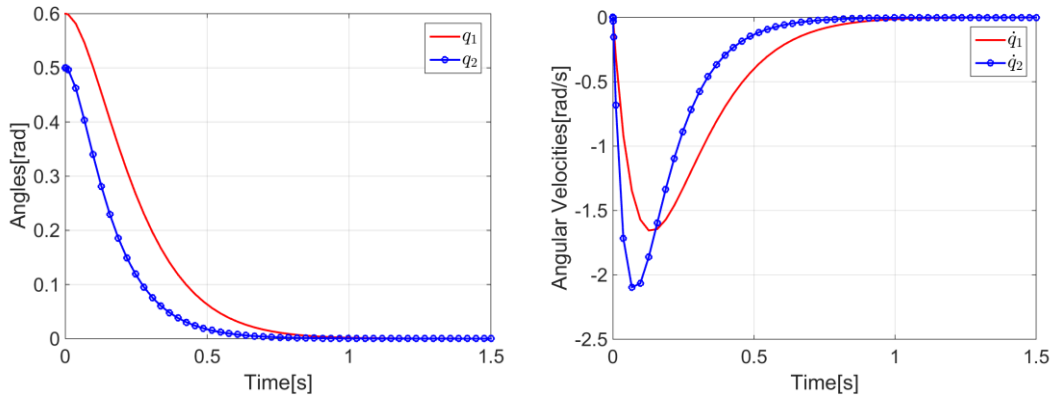
$$\gamma_{ii} < 0$$

$$\frac{2}{m-1} \gamma_{ii} + \gamma_{ij} + \gamma_{ji} < 0$$

ahol

$$\gamma_{ij} = \begin{bmatrix} -H - H^T + P & (A_i H - B_i L_j)^T \\ A_i H - B_i L_j & -P \end{bmatrix}$$

Ezen tétel alapján lineáris mátrix egyenlőtlenségeket (LMI) kapunk, melyeket a Matlab yalmip kiegészítőjével oldottunk meg. Az így kapott megoldást használva megkaptuk a TS fuzzy szabályzónkat melynek eredményeit a 4. ábrán láthatjuk.



Ábra 4 A rendszer TS fuzzy szabályzóval, kezdeti feltétel $x = [0.6 \ 0.5 \ 0 \ 0]^T$

Amint az ábrán is látható a fuzzy szabályzó rövid idő alatt eléri a várt pozíciókat. Ezt az eredményt nem csak bizonyos pontok körül éri el, hanem bármely kezdeti pont esetén hasonlóan gyors választ kapunk.

4. TOVÁBBI FEJLESZTÉSEK

Mivel ezt a szabályzót jelenleg csak a modellen tudjuk tesztelni ezért a következő lépés az lesz, hogy lehetővé tegyük, hogy a létező fizikai rendszeren is kipróbálhassuk. Ennek előfeltétele, hogy először egy becslőt kell készítenünk, mely a fizikai rendszer bemeneti nyomatékát becsüli. Ez azért fontos mert a fizikai rendszert jelenleg csak szögek, illetve szögsebesség szerint lehet irányítani, vagyis a nyomatékot nem ismerjük. Tehát a következő lépés egy ismeretlen bemenet becslő meghatározása.

Egy következő fejlesztés lehet, egy olyan szabályzó elkészítése mely figyelembe veszi az adott rendszer határait, mint például a bemenet szaturációját, illetve a szögek és szögsebességek határait. Szerencsére erre is van lehetőség a TS fuzzy modelleknél. Miután ezeket a kritériumokat is sikerült teljesíteni, a szabályzót kipróbálhatjuk a valós rendszeren is.

5. KÖSZÖNETNYILVÁNÍTÁS

Ez a dolgozat a Román Nemzeti Tudományos Kutatási Hivatal projektének, CNCS – UEFISCDI, projekt szám PN-II-RU-TE-2014-4-0942, szerződésszám 88/01.10.2015, támogatásával jött létre.

6. HIVATKOZÁSOK

- [1] I Negrean, I Vușcan, N Haiduc, 1997. Robotică. Modelarea cinematică și dinamică, Editura Didactică și Pedagogică
- [2] Zs. Lendek, 2013. Nonlinear control using Takagi-Sugeno models, lecture notes. Cluj Napoca